V lineární algebře se studují objekty tří typů: matice, prostory a algebraické formy. Teorie těchto objektů jsou navzájem těsně spjaty. Většina úloh lineární algebry připouští přirozenou formulaci v kterékoli z těchto tří teorií. Maticová formulace je obyčejně nejvhodnější pro výpočetní stránku věci. V geometrii a mechanice vzniká většina úloh lineární algebry jako úlohy zkoumající algebraické formy. Nejhlubšího pochopení vnitřních souvislostí mezi různými úlohami lineární algebry se dosáhne pouze vyšetřováním odpovídajících lineárních prostorů, které jsou proto hlavním předmětem studia lineární algebry.

A. I. Mal'cev (1909–1967)[1]

[1] *Osnovy linejnoj algebry*, třetí vydání z roku 1970, resp. čtvrté vydání z roku 1975, str. 9.

PŘEDMLUVA

Lineární algebra patří k základům vysokoškolské matematiky. Na jedné straně přirozeným způsobem navazuje na některé partie matematiky středoškolské a zařazuje je do uceleného systému, na druhé straně je důležitým východiskem dalších matematických disciplín. Proto bývá na vysokých školách zařazována do prvního ročníku.

Srovnáním většího počtu učebnic lineární algebry je možno snadno nahlédnout, že vymezení obsahu této disciplíny značně kolísá, že látku je možno pojmout nejrůznějším způsobem a že jednotlivé celky lze téměř libovolně permutovat. Rovněž lze zaznamenat velké rozdíly v přístupu, ve výkladu a v míře obecnosti. Někdy je lineární algebra prezentována jako soubor receptů pro řešení jednoduchých úloh (soustavy lineárních rovnic o dvou, resp. třech neznámých, determinanty druhého a třetího řádu, aplikace na analytickou geometrii v rovině a prostoru atd.), jindy je vykládána jako teorie vektorových prostorů (obecně libovolné dimenze) nad komutativním tělesem, někdy dokonce jako určitá partie teorie modulů.

Tento učební text je z velké části věnován klasickým partiím lineární algebry. Snaží se podat lineární algebru jako ucelenou algebraickou teorii vektorových prostorů a jejich homomorfismů.[2] Byl sepsán na základě mnoholetých zkušeností s výukou; částečně vyšel ze skript *Vektorové prostory I, II, III*, která byla vydávána v SPN v letech 1978 až 1989. Výklad postupuje většinou standardním způsobem; na mnoha místech jsou však použity nepříliš obvyklé postupy, obraty a důkazy, kterými byly během let přednášky „vylepšovány“. Některé paragrafy (např. poslední paragraf o pseudoinverzních homomorfismech a maticích) jsou pojaty netradičně.

První část, která je nazvána *Algebraický úvod*, je přípravná. Obsahuje zejména definice některých základních pojmů obecné algebry, které jsou v dalším textu užívány, a řadu příkladů; větší pozornost je zde věnována tělesům, maticím a permutacím. Na několika málo místech se v dalším textu objeví v krátkých poznámkách i pojmy, které v úvodu vysvětleny nebyly (např. normální podgrupa, index podgrupy, jádro grupového homomofismu apod.); tato skutečnost však není na újmu srozumitelnosti výkladu.

Následující kapitoly *Vektorové prostory, Matice, Podobnost, Formy* a *Skalární součin* jsou již zcela věnovány lineární algebře.

---

[2] Do značné míry tak může být průpravou pro následné studium obecné algebry, které je v současné době zařazeno do druhého ročníku.

Domnívám se, že není na škodu, obsahuje-li učební text i partie, které nejsou přímo obsahem kursovní přednášky (např. Weyrova teorie charakteristických čísel, racionální kanonické tvary matic), nebo partie, které ukazují využití lineární algebry v jiných disciplínách. Např. 20. paragraf demonstruje roli, kterou hraje Jordanův kanonický tvar, vlastní čísla a vlastní vektory při řešení soustav lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty. Snad budou tyto partie inspirací pro další studium, snad přispějí k rozšíření obzorů.

Příklady, které jsou v textu na mnoha místech uvedeny, usnadňují na jedné straně pochopení teoretických partií, na druhé straně demonstrují jednotlivé početní postupy. Několik příkladů využívá i poznatků (zejména z analýzy), které mohou být studentům v prvním semestru ještě cizí; většina z nich je však probrána během prvního ročníku studia.

V seznamu literatury jsou uvedeny zejména klasické učebnice a učební texty, které u nás v minulých letech podstatným způsobem výuku lineární algebry ovlivňovaly.

V tomto učebním textu předpokládáme, že čtenář umí řešit soustavy lineárních rovnic některým ze způsobů, které se probírají na střední škole; ve 13. a 14. paragrafu se pak naučí řešit soustavy lineárních rovnic pomocí Gaussova eliminačního algoritmu, Cramerova pravidla a dalšími způsoby.

Děkuji M. Hykšové, M. Němečkové a M. Ernestové, které s přípravou tohoto textu pomohly.

Jindřich Bečvář