

Kapitola 11

Systemy neutrálních mezonů K, D, B

Systemy neutrálních pseudoskalárních mezonů vykazují pozoruhodné vlastnosti, o kterých jsme se dosud nezmínili. Tyto efekty jsou důsledkem nezachování některých kvantových čísel ve slabých interakcích. Zvláště zajímavé jsou oscilace a nezachování kombinované CP parity.

11.1 Neutrální kaony

Mezony K^0 mohou vznikat například v interakci:

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0 \quad (11.1)$$

V prvních pozorováních pomocí bublinových komor bylo zjištěno, že neutrální K-mezony mají dobu života $c\tau$ několik centimetrů, ale v polovině případů se v objemu bublinové komory pozorovaly pouze rozpady Λ^0 a nikoli rozpady K^0 -mezonů. Tato záhada byla objasněna pomocí elektronických experimentů, které byly schopny měřit rozpady K^0 také na velkých vzdálenostech od místa vzniku reakce. Zjistilo se tak, že vlastně existují dva neutrální kaony, jeden s dobou života $c\tau \approx 3$ cm a druhý s dobou života $c\tau$ přibližně 15 m.

Vysvětlení tohoto jevu podali Gell-Mann a Pais. V silné interakci (11.1) zachováající podivnost vzniká K^0 -mezon. K^0 a jeho antičástice \bar{K}^0 mají stejné hmoty a doby života, liší se pouze podivností. Protože slabé interakce mohou podivnost měnit, je možný přechod $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ a naopak. Tyto přechody nazýváme oscilací, charakteristická je pro ně změna podivnosti $|\Delta S| = 2$.

11.1.1 Popis stavů kaonů

Označme vlnovou funkci kaonů

$$|\psi(t)\rangle \equiv k(t)|K^0\rangle + \bar{k}(t)|\bar{K}^0\rangle, \quad (11.2)$$

kde funkce $k(t), \bar{k}(t)$ popisují časový vývoj jednotlivých stavů. Nyní vyšetříme tento časový vývoj, který je v kvantové mechanice popsán Schrödingerovou rovnicí.

Kdyby neexistovala slabá interakce, K^0 a \bar{K}^0 jakožto nejlehčí mezony obsahující podivný antikvark \bar{s} (kvark s) by byly stabilní částice a jejich časový vývoj by byl dán dvěma nezávislými Schrödingerovými rovnicemi:

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle K^0 | \hat{H}_0 | K^0 \rangle & 0 \\ 0 & \langle \bar{K}^0 | \hat{H}_0 | \bar{K}^0 \rangle \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} \quad (11.3)$$

Budeme-li pracovat v klidové soustavě K -mezonů, jsou hodnoty v Hamiltonově matici rovny hmotám K^0 a \bar{K}^0 -mezonu. Pokud platí CPT symetrie, musí být tyto hmoty stejné. Podívejme se detailněji, proč tomu tak je:

- Mezony K^0 jsou pseudoskalární mezony s vnitřní paritou $P = -1$ (viz oddíl 8.2.1), tedy

$$\hat{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle \quad (11.4a)$$

$$\hat{P}|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad (11.4b)$$

- Operace nábojového sdružení \hat{C} mění částici na antičástici, viz kapitola 6.5. Fáze c v relaci (6.29) se nejčastěji volí $c = 0 \Rightarrow \hat{C}|K^0\rangle = +|\bar{K}^0\rangle$ nebo $c = \pi \Rightarrow \hat{C}|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$. Definujeme:

$$\hat{C}|K^0\rangle \equiv -|\bar{K}^0\rangle \quad (11.5)$$

Z výše uvedených vztahů ihned vyplývá $\hat{C}\hat{P}|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$. Pokud platí CPT symetrie pro hamiltonián \hat{H} , musí platit:

$$\langle K^0 | \hat{H} | K^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | \hat{H} | \bar{K}^0 \rangle \quad (11.6)$$

a proto jsou hmoty obou zmíněných mezonů stejné. Poznamenejme, že stejný výsledek dostaneme i pokud platí „jen“ CP symetrie.

Rovnici pro časový vývoj lze tedy v klidové soustavě K^0 -mezonu jednoduše napsat:

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & M_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} \quad (11.7)$$

Zahrneme-li nyní do popisu ještě slabou interakci popsanou hamiltoniánem \hat{H}_w , vzniká možnost přechodů K^0 na \bar{K}^0 a naopak a časový vývoj je dán následující rovnicí:

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_0 + \langle K^0 | \hat{H}_w | K^0 \rangle & \langle K^0 | \hat{H}_w | \bar{K}^0 \rangle \\ \langle \bar{K}^0 | \hat{H}_w | K^0 \rangle & M_0 + \langle \bar{K}^0 | \hat{H}_w | \bar{K}^0 \rangle \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} \quad (11.8)$$

Tuto rovnici lze napsat ve tvaru:

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M & m \\ m^* & M \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix}, \quad (11.9)$$

kde pro nediagonální elementy zřejmě platí:

$$m = \langle K^0 | \hat{H} | \bar{K}^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | \hat{H} | K^0 \rangle^* \quad (11.10)$$

Pokud je ovšem hamiltonián invariantní vůči CP symetrii, platí navíc:

$$\begin{aligned} \langle K^0 | \hat{H} | \bar{K}^0 \rangle &= \langle K^0 | (CP)^{-1} (CP) \hat{H} (CP)^{-1} (CP) | \bar{K}^0 \rangle = \langle K^0 | (CP)^{-1} \hat{H} (CP) | \bar{K}^0 \rangle = \\ &= \langle \bar{K}^0 | \hat{H} | K^0 \rangle \end{aligned} \quad (11.11)$$

Vzhledem k tomu, že nediagonální elementy musí být navzájem komplexně sdružené, je m v případě CP zachování reálné číslo.

Podívejme se nyní na důsledky těchto úvah. Jako první rozebereme případ, kdy se kombinovaná parita CP zachovává, tj. v rovnici (11.9) je m reálné číslo. Pomocí transformace

$$\begin{pmatrix} |K_L^0\rangle \\ |K_S^0\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} +1 & -1 \\ +1 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |K^0\rangle \\ |\bar{K}^0\rangle \end{pmatrix} \quad (11.12)$$

snadno diagonalizujeme soustavu rovnic (11.9) a nalezneme tak vlastní hodnoty a vlastní vektory hamiltoniánu

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} k_L(t) \\ k_S(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M - m & 0 \\ 0 & M + m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_L(t) \\ k_S(t) \end{pmatrix}, \quad (11.13)$$

kde časové funkce $k_L(t)$, $k_S(t)$ jsou analogické funkcím $k(t)$, $\bar{k}(t)$, viz vztah (11.2).

Dosud jsme do popisu nezahrnuli skutečnost, že neutrální K-mezony nejsou stabilní částice, ale rozpadají se. V takovém případě musíme ve vztahu (11.9) doplnit hamiltonián o antihermitovskou část, jejíž diagonální elementy mají význam celkové rozpadové šířky K^0 a \bar{K}^0 -mezonů:

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} M & m \\ m^* & M \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma & \gamma \\ \gamma^* & \Gamma \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} k(t) \\ \bar{k}(t) \end{pmatrix} \quad (11.14)$$

Celková šířka Γ je dána součtem všech parciálních rozpadových šířek kanálů rozpadu. Podle vztahu (2.22) platí:

$$\Gamma = \frac{1}{2M} \sum_f |\langle f | \hat{H}_w | K^0 \rangle|^2 \Phi_f = \frac{1}{2M} \sum_f \langle K^0 | \hat{H}_w | f \rangle \langle f | \hat{H}_w | K^0 \rangle \Phi_f, \quad (11.15)$$

kde Φ_f je fázový objem rozpadu do finálního stavu f . Zachování CPT symetrie vyžaduje, aby:

$$\sum_f \langle K^0 | \hat{H}_w | f \rangle \langle f | \hat{H}_w | K^0 \rangle = \sum_f \langle \bar{K}^0 | \hat{H}_w | \bar{f} \rangle \langle \bar{f} | \hat{H}_w | \bar{K}^0 \rangle \quad (11.16)$$

tj. celkové rozpadové šířky K^0 a \bar{K}^0 jsou stejné. Jednotlivé parciální rozpadové šířky jsou si rovny v případě CP zachování.

Protože K^0 a \bar{K}^0 mají některé rozpadové kanály g shodné (rozpady na 2 a 3 piony), v rozpadové matici existují také nedigonální elementy:

$$\gamma = \frac{1}{2M} \sum_g \langle K^0 | \hat{H}_w | g \rangle \langle g | \hat{H}_w | \bar{K}^0 \rangle \Phi_g \quad (11.17)$$

Tyto členy jsou navzájem komplexně sdružené a jsou v případě CP zachování reálné.

Pro případ CP zachování (m i γ jsou reálná čísla) můžeme hamiltonián diagonalizovat také pomocí transformace (11.12) stejně jako v případě bez rozpadových šířek. Dostaneme tak:

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} k_L(t) \\ k_S(t) \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} M-m & 0 \\ 0 & M+m \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma-\gamma & 0 \\ 0 & \Gamma+\gamma \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} k_L(t) \\ k_S(t) \end{pmatrix} \quad (11.18)$$

Ze vztahů (11.13) a (11.18) vidíme, že vlastními stavy hamiltoniánu nejsou K^0 a \bar{K}^0 , nýbrž jejich dvě lineární kombinace

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \equiv |K_{-1}^0\rangle \quad (11.19a)$$

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \equiv |K_{+1}^0\rangle \quad (11.19b)$$

s rozdílnými hmotami a rozpadovými šířkami. Taktéž je zřejmé, že ve zkoumaném případě CP zachování jsou tyto kombinace totožné se stavy $|K_{+1}^0\rangle$ a $|K_{-1}^0\rangle$ s definovanou CP paritou $+1$, resp. -1 , viz příklad 11.1.¹ Je zřejmé, že v případě CP zachování jsou stavy $|K_S^0\rangle$ a $|K_L^0\rangle$ navzájem ortogonální, tj. $\langle K_L^0 | K_S^0 \rangle = 0$.

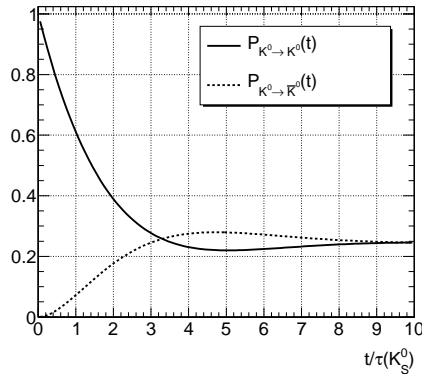
Neutrální kaony se mohou rozpadat na dva anebo tři piony. Kaony stejně jako piony mají nulový spin a proto je také nulový celkový orbitální moment hybnosti dvojice anebo trojice pionů vzniklých rozpadem neutrálních K-mezonů. Dvojice pionů se tak nachází ve stavu s hodnotou kombinované parity $CP = +1$, viz příklad 11.4. Znamená to tedy, že při zachování CP symetrie se K_L^0 nemůže rozpadat na dva piony, ale pouze na tři, viz též příklad 11.5.

11.1.2 Oscilace neutrálních kaonů

Nyní se podíváme na časový vývoj stavu, který vznikl v silné interakci (11.1) společně s hyperonem Λ^0 a byl v čase $t = 0$ roven $|K^0\rangle$. Tento stav je však kombinací vlastních stavů K_S^0 a K_L^0 hamiltoniánu \hat{H}_w , získáme ho inverzí relací (11.19a) a (11.19b):

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_S^0\rangle + |K_L^0\rangle) \quad (11.20)$$

¹Poznamenejme, že místo $|K_{+1}^0\rangle$ a $|K_{-1}^0\rangle$ se v literatuře častěji používá značení $|K_1^0\rangle$ a $|K_2^0\rangle$.



Obrázek 11.1: Časový vývoj pravděpodobností výskytu K^0 , \bar{K}^0 (viz relace (11.22a), (11.22b)) ve svazku kaonů vzniklých v reakci (11.1). Čas na ose x je uveden v jednotkách střední doby života mezonu K_S^0 .

Jeho časový vývoj je proto dán:

$$|K^0(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-\frac{i}{\hbar} M_S t} e^{-\frac{1}{2\hbar} \Gamma_S t} |K_S^0\rangle + e^{-\frac{i}{\hbar} M_L t} e^{-\frac{1}{2\hbar} \Gamma_L t} |K_L^0\rangle \right) \quad (11.21)$$

Amplituda pravděpodobnosti, že tento stav bude v čase t právě $|K^0\rangle$, je skalárním součinem $\langle K^0 | K^0(t) \rangle$, pravděpodobnost je pak určena kvadrátem této amplitudy:

$$P_{K^0 \rightarrow K^0}(t) = \frac{1}{4} \left(e^{-\frac{1}{\hbar} \Gamma_S t} + e^{-\frac{1}{\hbar} \Gamma_L t} + 2 \cos \left(\frac{M_S - M_L}{\hbar} t \right) e^{-\frac{1}{\hbar} \frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2} t} \right) \quad (11.22a)$$

Obdobně získáme pravděpodobnost přechodu $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$

$$P_{K^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t) = \frac{1}{4} \left(e^{-\frac{1}{\hbar} \Gamma_S t} + e^{-\frac{1}{\hbar} \Gamma_L t} - 2 \cos \left(\frac{M_S - M_L}{\hbar} t \right) e^{-\frac{1}{\hbar} \frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2} t} \right) \quad (11.22b)$$

V případě CP zachování platí $P_{K^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t) = P_{\bar{K}^0 \rightarrow K^0}(t)$, zatímco identita $P_{K^0 \rightarrow K^0}(t) = P_{\bar{K}^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t)$ je důsledkem zachování CPT, viz příklad 11.6. Necháme-li tedy svazek kaonů vzniklých v reakci (11.1) procházet vakuem, bude se v čase měnit zastoupení vlastních stavů silné interakce K^0 , \bar{K}^0 , jak je znázorněno na obr. 11.1.

Jev oscilací lze pozorovat pomocí semileptonových rozpadů, které jsou odlišné pro K^0 a \bar{K}^0 díky různému kvarkovému složení (K^0 obsahuje \bar{s} -kvark a \bar{K}^0 s-kvark), viz též pravidlo (6.23):

$$K^0(d\bar{s}) \rightarrow \pi^-(d\bar{u}) + (W^+) \rightarrow \pi^- + \ell^+ + \nu_\ell \quad (11.23a)$$

$$\bar{K}^0(s\bar{d}) \rightarrow \pi^+(u\bar{d}) + (W^-) \rightarrow \pi^+ + \ell^- + \bar{\nu}_\ell, \quad (11.23b)$$

kde ℓ značí elektron nebo mion. V experimentu měříme nábojovou asymetrii \mathcal{A}_ℓ