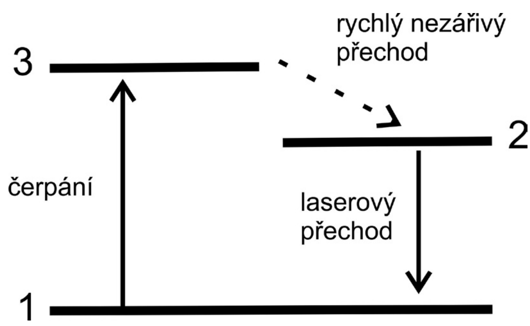
Kapitola 3

Laserové kinetické rovnice

3.1 Formulace laserových kinetických rovnic

Aproximace kinetických rovnic („*rate equation approximation*“) popisuje laser s rozumnou přesností a široce se používá. Je jednoduchá a intuitivní. Jako proměnné veličiny popisující laser vystupuje populace hladin N_j aktivního prostředí a hustota fotonů q v rezonátoru laseru. Neuvažujeme tedy fázi světelné vlny a z kvantového popisu látky bereme v úvahu pouze populace. To jsou základní východiska aproximace kinetických rovnic. Navíc je možné přijmout ještě další přiblížení, která dovolují zformulovat kinetické rovnice v obzvlášť jednoduchém tvaru: budeme uvažovat laser, jehož celý rezonátor je vyplněn aktivním prostředím, a budeme předpokládat, že N_j a q nezávisí na prostorových souřadnicích, ale pouze na čase, $N_j = N_j\,(t)\,,\ q = q\,(t)$.



Obrázek 3.1: Trojhladinový laser

Zatím jsme při úvahách o stimulovaných přechodech brali v úvahu dvě energetické hladiny. Reálným laserovým prostředím odpovídá spíše schéma zahrnující tři nebo čtyři hladiny. Hovoří se pak o trojhladinovém nebo čtyřhladinovém laseru. Schéma trojhladinového laseru je na obr. 3.1.

Ke stimulovaným přechodům dochází mezi hladinami 1 a 2, hladina 3 leží nad hladinou 2. K dosažení optického zesílení je nutné získat inverzi populací hladin 2, 1. Tomuto procesu se říká *čerpání laseru*, tj. dodávání vnější energie k zvýšení populace horních energetických stavů. Může se jednat o čerpání optické, elektrické, chemické apod. Podrobněji se způsoby čerpání budeme zabývat u jednotlivých typů laserů. U trojhladinového laseru podle schématu na obrázku dochází k čerpání pomocí hladiny 3. Aby laser dobře pracoval, musí pak docházet k rychlým přechodům systému na hladinu 2. V takzvaném ideálním trojhladinovém laseru je přechod mezi hladinami 3 a 2 natolik rychlý (∞), že populace $N_3 \approx 0$. Je-li celková koncentrace aktivních atomů, molekul (těch, které se zúčastňují stimulovaných přechodů) N_{tot}, platí

$$N_1 + N_2 = N_{tot}. \tag{3.1}$$

Podle dříve uvedených úvah pro rychlosti přechodů můžeme psát

$$\frac{dN_1}{dt} = -W_P N_1 + \frac{N_2}{\tau_2} + \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right) c\sigma_{21} q. \tag{3.2}$$

První člen na pravé straně vyjadřuje čerpání, W_p je rychlost čerpání. τ_2 je doba života hladiny 2, druhý člen zahrnuje spontánní zářivé i nezářivé přechody. Poslední člen odpovídá stimulovaným přechodům, inverze N

$$N = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1. \tag{3.3}$$

Podle rov. (3.1) zřejmě

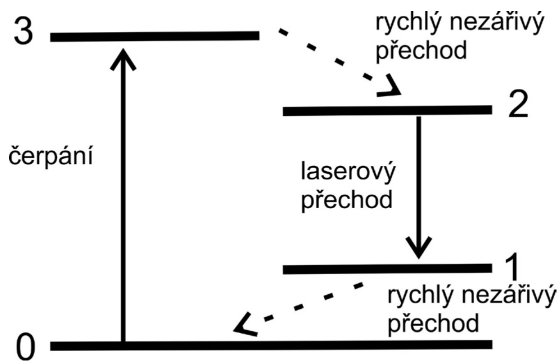
$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt}. \tag{3.4}$$

Výhodné je používat kinetickou rovnici pro inverzi. Lze ji získat přímo z (3.1)–(3.4)

$$\frac{dN}{dt} = W_P \left(N_{tot} - N\right) - \frac{N + N_{tot}\left(\gamma - 1\right)}{\tau_2} - \gamma c\sigma_{21} N q. \tag{3.5}$$

Zde $\gamma = 1 + \frac{g_2}{g_1}$ je jiná forma degeneračního faktoru.

Analogicky můžeme napsat kinetickou rovnici pro inverzi pro případ čtyřhladinového laseru. Jeho schéma je znázorněno na obr. 3.2.



Obrázek 3.2: Čtyřhladinový laser

Ke stimulovaným přechodům dochází opět mezi energetickými hladinami 1 a 2, nad hladinou 2 je hladina 3 a pod hladinou 1 je hladina 0 (zpravidla základní stav). Čerpáním se převádí atomy/molekuly do stavu 3, odkud dochází k přechodu na hladinu 2, hladina 1 je depopulována přechodem na hladinu 0. Opět se uvádí tzv. ideální čtyřhladinový laser, kdy zmíněné přechody $3 \to 2$ a $1 \to 0$ jsou velmi (nekonečně) rychlé a proto $N_3 \approx 0$, $N_1 \approx 0$. Pak platí

$$N_2 + N_0 = N_{tot}. \tag{3.6}$$

Pro populaci hladiny 2 můžeme psát

$$\frac{dN_2}{dt} = W_P N_0 - \frac{N_2}{\tau_2} - \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right) c\sigma_{21} q. \tag{3.7}$$

Vezmeme-li v úvahu (3.6) a dále, že pro $N_1 \approx 0$ je inverze $N = N_2$, dostáváme kinetickou rovnici pro inverzi čtyřhladinového laseru

$$\frac{dN}{dt} = W_P(N_{tot} - N) - \frac{N}{\tau_2} - N c\sigma_{21} q. \tag{3.8}$$

Rovnici pro světelné pole zformulujeme také intuitivně. S každým stimulovaným přechodem dolů je emitován foton, při absorpci je foton pohlcen. Přírůstek fotonů je proto dán posledním členem rov. (3.2), resp. (3.8). Fotony vznikají také díky spontánní emisi, kterou zatím popíšeme členem S. Fotony se z laserového rezonátoru „ztrácejí" - jsou vyzařovány do laserového svazku nebo ubývají jinými procesy (rozptyl či absorpce na nehomogenitách v aktivním prostředí, na zrcadlech apod.). Tento celkový úbytek fotonů lze popsat tzv. *dobou života fotonu v rezonátoru* t_c. Kinetickou rovnici pro pole pak můžeme psát

$$\frac{dq}{dt} = c\sigma_{21}qN - \frac{q}{t_c} + S. \tag{3.9}$$

Všimneme si nyní jednotlivých členů v rovnici pro pole. První člen je zřejmý, odpovídá stimulovaným přechodům. Je zajímavé si všimnout, že odpovídá příslušným členům v kinetických rovnicích. V rov. (3.5) je v příslušném členu ještě γ, který vyjadřuje změnu inverze při stimulovaném přechodu: např. pro $g_1 = g_2$ je $\gamma = 2$, při vyzáření jednoho fotonu se zmenší populace 2. hladiny o 1 a populace 1. hladiny vzroste o 1, celkově se tedy inverze změní o 2.

Druhý člen představuje skutečnost, že hustota fotonů v rezonátoru v čase klesá: pro „prázdný“ rezonátor (bez aktivního prostředí) je

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{t_c}, \tag{3.10}$$

jedná se tedy zřejmě o exponenciální pokles v čase. Vyjádření doby života t_c pomocí parametrů laserového oscilátoru uvedeme později. Třetí člen představuje přírůstek fotonů spontánní emisí. Ve většině případů, kdy používáme rovnice k vyšetřování laseru, který „normálně“ svítí, je tento člen velmi malý a lze ho zanedbat. Jeho číselný odhad je možné získat na základě úvahy: rychlost spontánní emise je $\sim \frac{N_2}{\tau}$, dochází k ní ve všech směrech a v širokém spektrálním intervalu. Jen část spontánně vyzářených fotonů přispívá k „laserovému“ poli q. Tuto část můžeme odhadnout na základě geometrie: je-li $d\Omega$ prostorový úhel, do kterého vychází svazek laseru, je $S \approx \frac{d\Omega}{4\pi}\frac{N_2}{\tau}$. Můžeme také provést odhad pomocí úvahy o módech záření: počet módů záření v objemu rezonátoru V_R a ve spektrálním intervalu $\Delta\nu$ je $p = \frac{8\pi\nu^2\Delta\nu V_R}{c^3}$, počet módů laseru p_L, pak je $S \approx \frac{p_L}{p}\frac{N_2}{\tau}$. Jakkoliv se mohou zdát tyto odhady „hrubé“, jsou zpravidla ve výpočtech dostačující, člen spontánní emise S stačí znát většinou s přesností několik řádů.

Činnost laseru, tj. v rámci kinetických rovnic řešení pro inverzi a pole, dostaneme řešením soustavy dvou diferenciálních rovnic 1. řádu. Jedná se o rovnice nelineární, nelinearita odpovídá stimulované emisi. Rovnice je možné řešit numericky s pozornou volbou numerické metody vzhledem ke zmíněné nelinearitě. Rovnice ale také poskytují základ pro popis laseru v důležitých režimech.