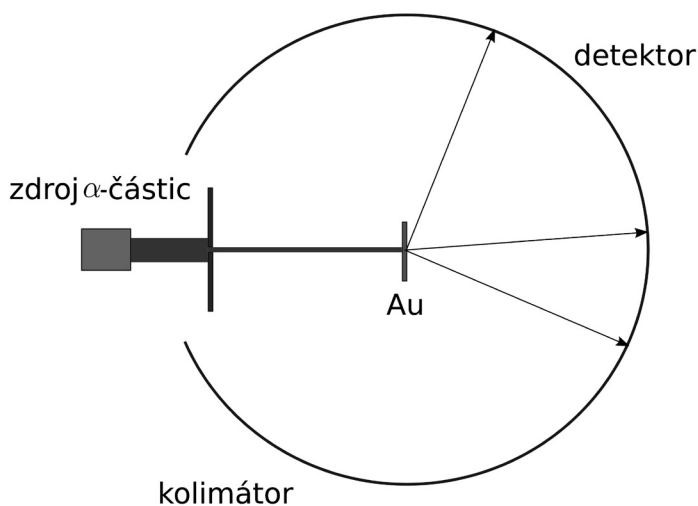


1.4 RUTHERFORDŮV POKUS, PLANETÁRNÍ MODEL ATOMU

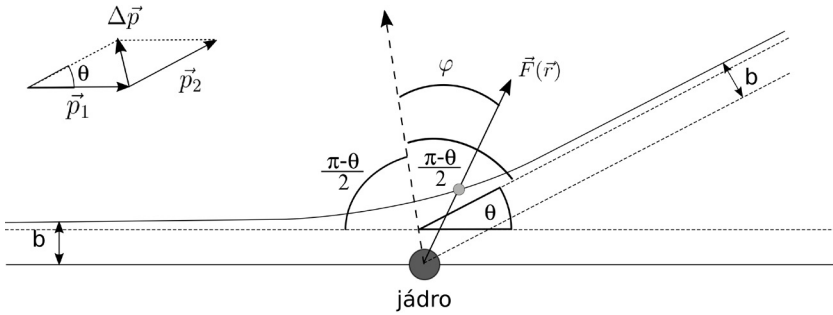


Obrázek 1.13: Schéma Rutherfordova experimentu. Ze zdroje α -částic je kolimátorem vybrán úzký svazek, který dopadá na tenkou zlatou fólii. Rozptýlené α -částice jsou detekovány na fluorescenčním stínítku.

Výsledek experimentu však tomuto předpokladu odporoval. Většina nalétávajících částic se opravdu odchýlila od původního směru jen velmi málo, ale byly pozorovány i případy, kdy byl úhel odklonu větší než 90 stupňů nebo dokonce téměř 180 stupňů! Sám Rutherford byl tímto výsledkem překvapen a komentoval jej později slovy: „*It was quite the most incredible event that has ever happened to me in my life. It was almost as incredible as if you fired a 15-inch shell at a piece of tissue paper and it came back and hit you.*“²¹ Výsledek experimentu si tak vyžádal i pečlivé zdůvodnění. Popis a výsledky experimentu jsou popsány v článku [23].

Rutherford na základě výsledku provedeného pokusu odvodil nový model atomu, ve kterém je kladná hmota *koncentrována* do malého objemu. Víme, že kladná hmota a stejně nabitá α -částice na sebe působí elektrostatickou (coulombickou) silou a silové působení se odehrává na

²¹To byla nejneuvěřitelnější událost v celém mém životě. Bylo to stejně nepravděpodobné, jako kdyby se patnáctipalcová dělová koule vystřelená proti listu papíru od něj odrazila a zasáhla střelce.



Obrázek 1.14: Schématické znázornění dráhy α -částice v silovém poli jádra atomu. Vektor $\Delta\vec{p}$ ukazuje směr celkové změny hybnosti nalétávající částice, silové působení $\vec{F}(\vec{r})$ probíhá podél spojnice jádra a částice.

spojnici atomu a α -částice²². Necht' α -částice změni směr letu po průletu kolem atomu o úhel θ , viz obrázek 1.14, tj. dojde ke změně hybnosti z \vec{p}_1 na \vec{p}_2 .

Změna hybnosti α -částice je dána silovým působením mezi atomem, resp. kladně nabitou hmotou v atomu, a α -částicí,

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_0^\infty \vec{F}(\vec{r}) dt. \quad (1.7)$$

Z obrázku 1.14 můžeme určit velikost změny hybnosti

$$|\Delta\vec{p}| = 2m_\alpha v \sin \frac{\theta}{2}.$$

Ke změně hybnosti přispívá z coulombické síly $\vec{F}(\vec{r})$ její průmět do směru $\Delta\vec{p}$, tj. $|\vec{F}| \cos \varphi$. V rovnici 1.7 probíhá integrace podle času. Ten však neznáme, resp. neměříme, a proto bude vhodné jej nahradit jinou veličinou. Protože silové působení závisí na úhlu φ mezi $\Delta\vec{p}$ a $\vec{F}(\vec{r})$, nahradíme integraci přes čas integrací přes úhel φ , který se (v čase) mění z hodnoty $\varphi = -\frac{\pi-\theta}{2}$ pro $t = 0$ do $\varphi = \frac{\pi-\theta}{2}$ pro $t = \infty$. Na α -částici kromě coulombické síly nepůsobí žádná další síla, a platí tak

²²Rutherford v [23] zohledňuje i příspěvek elektronů, které jsou – dle Thomsonova modelu – homogenně rozprostřeny na kulové ploše, jejíž poloměr je dán poloměrem atomu ($\sim 10^{-10}$ m). Z experimentu vyšlo, že se α -částice přiblíží k jádru na mnohem menší vzdálenost ($\sim 10^{-14}$ m). Pokud si elektronový obal v Thomsonově modelu představíme jako homogenně nabitou kulovou plochu, můžeme na základě znalostí z elektrostatiky odvodit, že elektrické pole uvnitř sféry je nulové a vliv elektronů na letící α -částici lze zanedbat.

1.4 RUTHERFORDŮV POKUS, PLANETÁRNÍ MODEL ATOMU

zákon zachování momentu hybnosti. Moment hybnosti α -částice, která koná pohyb s úhlovou rychlostí $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ na poloměru r je roven

$$L = m_\alpha r^2 \omega = m_\alpha r^2 \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1.8)$$

Protože se moment hybnosti L zachovává, je hodnota L konstantní a rovna například hodnotě momentu hybnosti v čase $t = 0$, tj.

$$L = |\vec{r} \times \vec{p}| = rp \sin \beta = m_\alpha v b,$$

kde b je tzv. *záměrná vzdálenost* a v rychlost pohybu α -částice. Po dosazení do vztahu 1.8, vyjádření dt a provedení substituce v rovnici 1.7 máme

$$2m_\alpha v \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi-\theta}{2}} \frac{r^2}{vb} F(r) \cos \varphi d\varphi. \quad (1.9)$$

Síla $F(r)$ je coulombická, tj.

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2} = \frac{2Ze'^2}{r^2}, \quad (1.10)$$

kde $e'^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$. Dvojká u Z pochází od náboje α -částic. Dosazením za $F(r)$ z 1.10 do 1.9 se vykrátí členy r^2 a po úpravách dostáváme

$$2m_\alpha v \sin \frac{\theta}{2} = \frac{2Ze'^2}{vb} \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{-\frac{\pi-\theta}{2}} \cos \varphi d\varphi. \quad (1.11)$$

Výpočtem integrálu, použitím vztahu $E_{k,\alpha} = \frac{1}{2}m_\alpha v^2$ a nakonec obdržíme

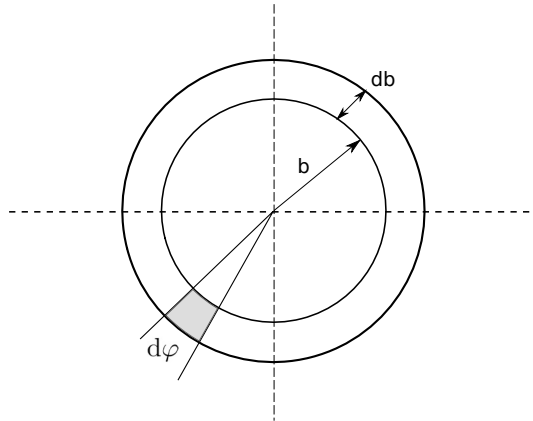
$$E_{k,\alpha} b \frac{1}{Ze'^2} = \cotg \frac{\theta}{2}. \quad (1.12)$$

Vztah 1.12 dává do souvislosti *záměrnou vzdálenost* b a úhel rozptylu θ . Čím je *záměrná vzdálenost* b *menší* (pro $r = -\infty$), tím se α -částice dostane k centru atomu blíže, a odpudivé coulombické působení bude silnější. Na pravé straně 1.12 bude malé hodnotě b odpovídat malá hodnota $\cotg \frac{\theta}{2}$, tj. úhel odklonu od původního směru θ bude větší. Největší odchylka, tj. zpětný ráz, nastane pro $b = 0$ ($\theta = 180^\circ$). Pro $b = 0$ se α -částice přiblíží k jádru atomu na nejmenší vzdálenost, a můžeme tak odhadnout velikost oblasti s kladně nabitou hmotou. Minimální vzdálenost r_{min} odpovídá vzdálenosti, kdy se kinetická energie α -částice rovná energii coulombické interakce,

$$E_{k,\alpha} = \frac{2Ze'^2}{r_{min}} \rightarrow r_{min} = \frac{2Ze'^2}{E_{k,\alpha}}. \quad (1.13)$$

V Rutherfordově experimentu byly použity α -částice s kinetickou energií $E_{k,\alpha} = 7,7$ MeV, $Z=79$.²³ Dosazením uvedených hodnot do 1.13 pro minimální vzdálenost dostáváme hodnotu $r_{min} \sim 3 \times 10^{-14}$ m. Velikost, resp. poloměr, oblasti kladného náboje v atomu je mnohem menší než je velikost atomu ($\sim 10^{-10}$ m). Kladná hmota, v době Rutherfordova experimentu označovaná jako *kladné závaží*, je dle Rutherfordova experimentu koncentrována do malé oblasti a není spojitě rozprostřena v objemu atomu, jak tvrdil model Thomsonův.

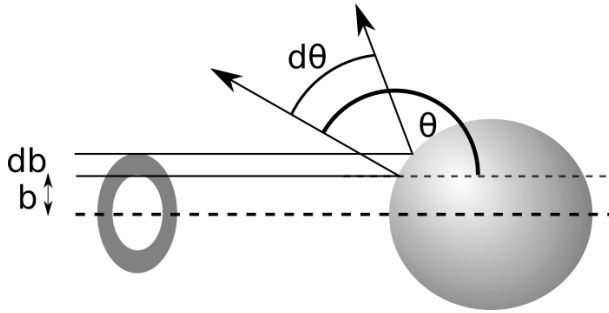
V experimentu však neznáme přesnou hodnotu záměrné vzdálenosti b (nemůžeme danou α -částici „zamířit“ na atom, resp. jádro atomu). Známe závislost úhlu θ na záměrné vzdálenosti b 1.12. Pokud α -částice má v $r = -\infty$ záměrnou vzdálenost v intervalu $b + db$, odchýlí se o úhel $\theta - d\theta$. To platí pro všechny α -částice nacházející se ve vzdálenosti $r = -\infty$ v mezikruží zakresleném na obrázku 1.15. Do jakého úhlu se odchýlí α -částice procházející v $r = -\infty$ plochou $d\sigma = bd\varphi db$? Než na tuto otázku odpovíme, zavedeme dva důležité pojmy – účinný průřez a diferenciální účinný průřez.



Obrázek 1.15: Pro výpočet intenzity rozptýlených α -částic potřebujeme určit pravděpodobnost, že se částice se záměrnou vzdáleností v intervalu $b + db$ nachází v elementu $d\sigma = bd\varphi db$. Pohled podél směru letu α částice.

²³Rutherford samozřejmě nevěděl, jaký má jádro zlata náboj. Ve svých výpočtech používal hodnotu 100 [23].

1.4 RUTHERFORDŮV POKUS, PLANETÁRNÍ MODEL ATOMU



Obrázek 1.16: Elastický rozptyl na sférickém terči.

Uvažujme proud částic, které dopadají na vzorek tvořený sférami o poloměru R . Dopadající částice budeme považovat za bodové. Objemovou hustotu sfér (rozptylujících center) ve vzorku označíme n . Budeme zatím uvažovat pouze elastický rozptyl částic. Plošný tok dopadajících částic, projektilů, $I_0 [m^{-2}s^{-1}]$ prozáří objem vzorku V , ve kterém se nachází $N = nV$ rozptylových center. Četnost srážek s , tj. případů, kdy projektilem zasáhneme rozptylové centrum, je určena vztahem

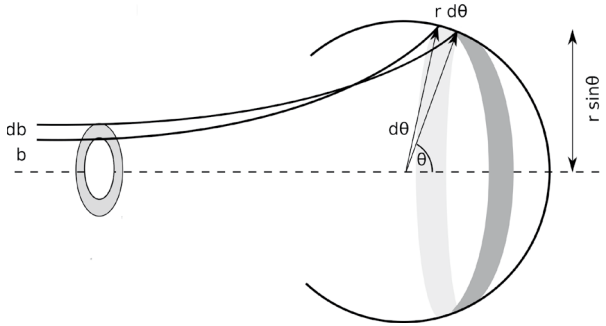
$$s = \pi R^2 N I_0 = \sigma N I_0, \quad (1.14)$$

kde jsme zavedli označení $\sigma = \pi R^2$. Veličinu $\sigma [m^2]$ označujeme termínem *účinný průřez* a v našem klasickém případě je roven ploše terče ve směru letu projektilu. Poměr četnosti s a I_0 můžeme též chápat jako *pravděpodobnost zásahu*, tj. σ má statistický charakter. Ten ještě více vynikne v případě, kdy mezi projektilem a terčem působí například elektromagnetické nebo jaderné síly.

V případě elastického rozptylu na sférických terčích dochází k rozptylu pod různým úhlem θ v závislosti na záměrné vzdálenosti b , jak je zakresleno na obrázku 1.16. Nalezněme tuto závislost. Dle vztahu 1.14 je jedinou proměnnou, která může záviset na úhlu θ , tj. na *směru* rozptylu, účinný průřez σ . Počet částic N rozptýlených ve směru daném jednotkovým vektorem \vec{e}_r je

$$N = I_0 n \sigma(\vec{e}_r) d\vec{e}_r = I_0 n \sigma(\theta) \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (1.15)$$

kde jsme využili přechodu ke sférickým souřadnicím a $d\vec{e}_r$ zohledňuje rozptyl v intervalu úhlů $\langle \theta, \theta + d\theta \rangle$. Neboť uvažujeme rozptyl na *sférických* částicích, nezávisí účinný průřez σ na úhlu φ . Celkový počet částic



Obrázek 1.17: Schéma rozptylu částic do rozptylového úhlu v intervalu $\theta + d\theta$ (k zavedení diferenciální účinného průřezu).

rozptýlených do intervalu úhlů $\langle \theta, \theta + d\theta \rangle$ získáme integrací přes úhel φ , viz obrázek 1.17.

$$N = I_0 n \int_0^{2\pi} \sigma(\theta) \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi I_0 n \sigma(\theta) \sin \theta d\theta. \quad (1.16)$$

Z obrázku 1.17 je zřejmé, že plocha vymezující dopadající částice $S_1 = 2\pi b db$ je úměrná ploše na „detektoru“ $S_2 = 2\pi \sin \theta d\theta$,

$$2\pi b db = \sigma(\theta) 2\pi \sin \theta d\theta, \quad (1.17)$$

tj.

$$\sigma(\theta) \equiv \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|, \quad (1.18)$$

kde absolutní hodnota je zavedena z důvodu kladné hodnoty $\sigma(\theta)$. Veličinu definovanou vztahem 1.18 nazýváme *diferenciálním účinným průřezem*. Ten udává *pravděpodobnost* rozptylu do elementu prostorového úhlu.

V případě Rutherfordova rozptylu na sebe projektil (α -částice) a terč (jádro atomu zlata) působí elektrostatickou silou, která se projeví i v závislosti záměrné vzdálenosti na úhlu rozptylu θ . Po dosazení ze vztahu 1.12 za $b(\theta)$ obdržíme úpravách výsledný vztah

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Ze'^2}{E_{k,\alpha}} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}}, \quad (1.19)$$