PŘEDMLUVA JOHNA H. CONWAYE

Jak to řešit je podivuhodná kniha! To jsem si uvědomil už když jsem ji poprvé celou pročetl před mnoha lety jako student, ale trvalo mi dlouhou dobu, než jsem ocenil, *jak* podivuhodná ta kniha je. Proč je taková? Jedna část odpovědi spočívá v tom, že je jedinečná. Po celé ty roky, které jsem strávil jako student, a poté jako učitel, jsem se nikdy nesetkal s jinou, která by dosáhla úrovně spisu George Polyi, pokud jde o to ukázat jak řešit matematické úlohy. A. H. Schoenfeld správně popsal její důležitost ve svém článku z roku 1987 s názvem „Polya, řešení úloh a vzdělávání" v časopise *Mathematics Magazine*. „Pro matematické vzdělávání a svět řešení úloh položila demarkační linii mezi dvěma epochami, epochou řešení matematických úloh před Polyou a tou po něm."

Je to jedna z nejúspěšnějších matematických knih, které kdy byly napsány. Od prvního vydání v roce 1945 se jí prodalo přes milion kopií a byla přeložena do sedmnácti jazyků. Polya později napsal dvě další knihy o umění pracovat/přemýšlet v matematice, *Mathematics and Plausible Reasoning* (1954) a *Mathematical discovery* (dva svazky, 1962 a 1965).

Název knihy vzbuzuje dojem, že je zaměřena jen na žáky, ale ve skutečnosti je stejně tak věnována učitelům. Polya ve svém úvodu poznamenává, že první část knihy je psána více z hlediska učitele než žáka.

Každý má z toho užitek. Žák, který přečte knihu z vlastní vůle, shledá, že když naslouchá Polyovým komentářům pro neexistujícího učitele, může probudit tuto potřebnou osobu k životu jako imaginární, ale velmi užitečnou postavu naklánějící se mu přes rameno. To se stalo i mně, a přirozeně jsem hojně využil tyto komentáře, které jsem shledal ještě důležitějšími, když jsem o pár let později sám začal učit.

Začal jsem knihu číst znovu, a zatímco jsem četl, uvědomil jsem si, že je dokonce ještě cennější, než jsem si myslel! Mnohé z Polyových poznámek, které mi nepomohly jako studentovi, udělaly mne lepším učitelem těch, jejichž úlohy jsou odlišné od mých. Polya potkal mnohem více studentů než já, a očividně přemýšlel velmi intenzivně o tom, jak by jim všem pomohl naučit se matematiku. Snad jeho nejdůležitější zásada je, že učení musí být aktivní. Jak řekl na jedné přednášce o vyučování: „Matematika, jak vidíte, není divácký sport. Rozumět matematice znamená být schopen pracovat v matematice. A co to znamená pracovat v matematice? Na prvním místě to znamená být schopen řešit matematické problémy.“

Často se říká, že abychom dobře učili nějaký předmět, musíme mu rozumět „aspoň tak dobře, jako naši žáci.“ Je paradoxní, že abychom učili matematiku dobře, musíme také vědět, jak jí neporozumět přinejmenším jako naši žáci! Jestliže může být učitelovo tvrzení vyloženo dvěma nebo třemi způsoby, a přejde se mlčky tak, že někteří žáci mu budou rozumět jedním způsobem a jiní odlišným způsobem, příslušné výsledky se budou měnit od úsměvných po tragické. J. E. Littlewood udává dva zábavné příklady předpokladů, které mohou být učiněny nevědomky a zavádějícím způsobem. Zaprvé, poznamenává, že popis souřadnicových os v Lambově knize o mechanice (O*x* a O*y* jsou jako v rovině a O*z* je k nim vertikální) je pro něj nesprávný, protože on sám vždy pracoval na pohovce s nohama nahoru! Na dotaz, jak by si jeho čtenář představil obrázek uzavřené křivky ležící vždy na stejné straně od její tečny, konstatuje, že existují čtyři hlavní „vědecké školy“ (odpovídající poloze zleva či zprava od vertikální tečny, a poloze nad nebo pod horizontální tečnou) a že přednášení bez pomoci obrázku a předpoklad, že křivka leží napravo od vertikální tečny, vede k neúmyslnému nesmyslu pro ostatní tři „vědecké školy".

Vím, že není lepší lék na takové zmatky než Polyova rada: než se žák pokusí řešit úlohu, měl by prokázat své pochopení jejího znění, nejlépe skutečnému učiteli nebo aspoň představě o učiteli. Zkušení matematikové vědí, že často nejtěžší část zkoumání problému je pochopit přesně, co se říká v zadání. Následují Polyovu moudrou radu: „Když nemůžete vyřešit úlohu, pak existuje snadnější úloha, kterou vyřešit umíte. Najděte ji."

Čtenáři, kteří se učili z této knihy, se budou jistě také chtít dozvědět něco o autorově životě.[1]

George Polya se narodil jako György Pólya (své jméno si zjednodušil o něco později) 13. prosince 1887 v Budapešti Jakabovi Pólyovi a jeho manželce, jejíž dívčí jméno bylo Anna Deutsch. Byl pokřtěn v souladu s římsko-katolickou vírou, ke které jeho rodiče a tři starší sourozenci Jenö, Ilona a Flora o rok dříve konvertovali od judaismu. Páté dítě, Lázslo, se narodilo po čtyřech letech.

Jakab si změnil své původní příjmení Pollák na více maďarsky znějící Pólya pět let před narozením Györgyho v naději, že by mu to mohlo pomoci k místu na univerzitě. To nakonec získal, ale až krátce před svou předčasnou smrtí v roce 1897.

Na gymnáziu Dániela Berzsenyiho studoval György navíc k maďarštině také řečtinu, latinu a němčinu. Je překvapující se dozvědět, že ho zdánlivě nezajímala matematika. Jeho známka z geometrie byla pouze

[1] Následující životopisné informace jsou převzaty z toho, co udávají J. J. O'Connor a E. F. Robertson v díle MacTutor History of Mathematics Archive (www-gap.dsc.st-and.ac.uk/~history/).

„dostatečná", na rozdíl od výtečného hodnocení v literatuře, zeměpise a jiných předmětech. Jeho oblíbený předmět byla kromě literatury biologie.

V roce 1905 se zapsal na budapešťskou univerzitu, kde zpočátku studoval práva, ale brzy tento směr opustil, protože mu připadal příliš nudný. Potom obdržel osvědčení potřebné k vyučování latiny a maďarštiny na jednom gymnáziu, které nikdy nepoužil, ale na které zůstal pyšný. Nakonec mu jeho profesor Bernát Alexander poradil, že ve studiu filozofie by mu pomohly nějaké přednášky z matematiky a fyziky. Tak se dostal Polya k matematice. Později žertoval, že „nebyl dost dobrý ve fyzice a byl až příliš dobrý ve filozofii, takže matematika byla někde uprostřed".

V Budapešti se učil fyziku od Eötvöse a matematiku od Fejéra. Poté, co strávil akademický rok ve Vídni, kde chodil na některé přednášky Wirtingera a Mertense, získal doktorát. Pak strávil většinu z dalších dvou let v Göttingen, kde se setkal s mnoha dalšími matematiky – Kleinem, Carathéodorym, Hilbertem, Rungem, Landauem, Weylem, Heckem, Courantem and Toeplitzem. V roce 1914 navštívil Paříž, kde se seznámil s Picardem a Hadamardem, a dozvěděl se, že Hurwitz pro něj zařídil místo v Curychu. Toto místo přijal a později napsal: „Jel jsem do Curychu, abych byl blízko Hurwitzovi, a byli jsme v těsném kontaktu asi šest let, od mého příjezdu do Curychu do Hurwitzovy smrti [v roce 1919]. Učinil na mne velký dojem, a pak jsem redigoval jeho životní dílo."

V té době probíhala první světová válka. Ze začátku měla jen malý vliv na Polyu, který byl prohlášen neschopným služby v maďarské armádě kvůli zranění při fotbale. Ale později, když armáda stále zoufaleji potřebovala rekruty, a požadovala, aby se vrátil a bojoval za svou zemi, jeho silně pacifistické smýšlení ho vedlo k odmítnutí. Kvůli tomu nebyl s to navštívit Maďarsko po mnoho let a ve skutečnosti se mohl vrátit až roku 1967, padesát čtyři let po odchodu z vlasti. Mezitím získal švýcarské občanství a v roce 1918 se oženil se švýcarskou dívkou, jménem Stella Vera Weber. Mezi lety 1918 a 1919 publikoval práce v širokém spektru matematických oborů, jako byly nekonečné řady, teorie čísel, kombinatorika, teorie volebních systémů, astronomie a teorie pravděpodobnosti. V roce 1920 se stal mimořádným profesorem na ETH v Curychu a několik let poté publikoval společně s Gáborem Szegö knihu *Aufgaben und Lehrsatze aus der Analysis* (Úlohy a věty z matematické analýzy), která byla hodnocena G. I. Alexandersonem a L. H. Langem v Polyově nekrologu jako „mistrovské matematické dílo, které zajistilo svému autorovi zvučné jméno“.

Tato kniha vyšla v roce 1925, poté, co Polya získal Rockefellerovo stipendium na pobyt v Anglii. Tam spolupracoval s Hardym a Littlewoodem na tématice, která později vyšla knižně pod názvem *Inequalities* (Cabridge University Press, 1936). V roce 1933 využil druhého Rockefellerova stipendia k návštěvě univerzity v Princetonu Během pobytu ve Spojených Státech byl pozván H. F. Blichfeldtem k návštěvě univerzity ve Stanfordu, kterou si velmi oblíbil a která se nakonec stala jeho domovem. Na Stanfordu byl řádným profesorem od roku 1943 do svého odchodu do důchodu v roce 1953. Ale ještě v roce 1973 zde měl svou poslední přednášku – o kombinatorice. Zemřel 7. září 1985 ve věku 97 let.

Někteří čtenáři budou chtít vědět o mnoha Polyových příspěvcích k matematice. Většina z nich je z oboru analýzy a jsou příliš odborné, než aby jim rozuměli laici, ale některé stojí za zmínku.

V teorii pravděpodobnosti je Polya zodpovědný za nyní již standardní pojem, „Central Limit Theorem“, dále za důkaz faktu, že Fourierova transformace pravděpodobnostní míry je charakteristická funkce, a že náhodná procházka po celočíselné mřížce se uzavře s pravděpodobností 1, když a jen když dimenze mřížky je nanejvýš 2.

V geometrii Polya nezávisle znovu spočítal sedmnáct rovinných krystalografických grup (první výpočet E. S. Fedorova byl totiž zapomenut) a společně s P. Nigglim pro ně navrhl označení.

V kombinatorice je Polyova „Enumerační věta“ nyní standardním způsobem počítání konfigurací na základě jejich symetrie. R. C. Read ji popsal jako „pozoruhodnou větu v pozoruhodném článku a mezník v dějinách kombinatorické analýzy.“

Kniha *Jak to řešit* byla napsána německy během Polyova pobytu v Curychu. Ten skončil v roce 1940, kdy ho situace v Evropě přinutila emigrovat do Spojených Států. Navzdory konečnému úspěchu knihy (čtyři vydavatelé odmítli její anglickou verzi), ji vydalo nakladatelství Princeton University Press až v roce 1945. V jeho rukou se kniha rychle stala, a stále je jednou z nejúspěšnějších matematických knih všech dob.