Předmluva

Tato skripta obsahují látku, přednášenou posluchačům oboru fyzika MFF UK v prvním semestru v přednášce Matematická analýza I. Vycházejí z několik let používaných skript [K1]. Proti nim jsou poněkud stručnější a možná v něčem i vylepšená. Odpovídají současné časové dotaci této přednášky: 4 hodiny týdně.

Pod názvem Matematická analýza pro fyziky I. vyšla třikrát v nakladatelství Matfyzpress. Protože se ukázalo, že se hodí nejen pro budoucí fyziky, přidali jsme do názvu slovíčko „nejen". Jinak se od předchozích vydání liší jen opravou zjištěných chyb.

V úvodní kapitole jsou stručně vyloženy logické principy, používané v matematice, základní fakta o množinách, zobrazeních a číslech. Další kapitoly obsahují výklad diferenciálního a integrálního počtu funkcí jedné reálné proměnné.

Do textu jsou zařazovány příklady a cvičení. Příklady jsou z technického hlediska jednoduché, aby byla jasná hlavní myšlenka. Co se týká početní praxe, odkazuji například na sbírky [P1] a [D], uvedené v seznamu literatury.

Číslování vět, definic apod. je průběžné v každé kapitole a obsahuje i číslo kapitoly, například věta 5.2. značí druhou větu páté kapitoly.

Děkuji všem (a nebylo jich málo), kteří se nějak podíleli na tom, že tato skripta mohla vyjít. Byli to zejména (podle abecedy) kolegové: A. Karger, J. Kolář, J. Kottas, M. Kubeček, J. Malý, M. Rokyta a Z. Vlášek.

Čtenáře prosím, aby mě upozornili na zjištěné chyby, kterých se lze i při opakovaném čtení jen velmi obtížně vyvarovat.

Jiří Kopáček

V Praze v lednu 2004.

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX

ÚVOD

A) Již dávno minuly doby, kdy každý velký matematik byl též velkým fyzikem a naopak. Velký rozvoj obou věd to nyní vylučuje. Je třeba, aby fyzik znal natolik matematiku a matematik natolik fyziku, aby se mohli domluvit a efektivně spolupracovat. Letmý pohled na vývoj těchto věd ukazuje, jak se tyto vědy navzájem ovlivňovaly, a přitom různým způsobem. Diferenciální a integrální počet vznikl ze snahy „zachytit" pohyb, rozvoj teorie diferenciálních rovnic vedl k systematizaci poznatků fyzikálních. Fyzikové pro své potřeby zavedli distribuce (zobecněné funkce), i když z matematického hlediska bez potřebného odůvodnění. Když matematikové vypracovali příslušnou teorii, měla z toho zase prospěch fyzika. Když vznikla teorie grup, mnozí pochybovali o její užitečnosti. Dnes o její užitečnosti pro fyziku není pochyb.

Moderní výklad fyziky si dnes bez matematického aparátu nelze představit. V některých fyzikálních specializacích se vystačí s menšími znalostmi matematiky, v jiných (například v teoretické fyzice) je potřeba matematických znalostí taková, že v čase, který je ve studijních programech pro fyziky vymezen matematice, je všechny nelze vyložit a budoucí fyzik musí být schopen si potřebné partie nastudovat sám.

Základní přednáška z matematiky pro fyziky musí tedy být dostatečně obsažná, na druhé straně toto množství faktů musí být podáno jako souvislá teorie, na níž se student fyziky naučí matematickému myšlení, což mu usnadní další studium.

Přednostmi matematiky jsou její logická přesnost a schopnost zachytit v jistém smyslu jednotným způsobem různé jevy. Z předpokladů matematik odvodí různá tvrzení, jejichž pravdivost je zaručena, je-li zaručena pravdivost výchozích předpokladů (tyto předpoklady při aplikacích musíme ověřovat jinými metodami, než matematickými). Společné zákonitosti, které matematik najde u různých jevů umožňují přenášet poznatky

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX

z jedné oblasti do druhé. Přesný způsob uvažování, který si při studiu matematiky osvojíme je užitečný i při studiu fyziky samotné.

Je bohužel pravda, že současný stav matematiky neumožňuje dát uspokojivou odpověď na všechny otázky, které vznikají v různých aplikacích (například fyzikálních). Ve stejné situaci je však jistě i inženýr ve vztahu k poznatkům fyzikálním. Tato situace je proto pobídkou jak matematikům tak fyzikům k další intenzivní účelné práci.

B) Nakonec několik rad pro čtenáře. Nemá smysl se učit definice, věty a jejich důkazy nazpaměť. Je třeba si na příkladech ujasnit jejich smysl a pochopit, co je na nich společné a co rozdílné. Často si stačí správně uvědomit definici, abychom odvodili tvrzení, které z ní plyne. Často si stačí uvědomit vhodný příklad (vhodné příklady), abychom pochopili rozumnost předpokladů a tvrzení dané věty. Studium důkazů matematických vět také není samoúčelné. Umožňuje pochopit podstatu věty, význam předpokladů, učí logickému myšlení a seznamuje nás s obraty, které můžeme použít v podobných situacích při samostatném studiu.

Důležité je též umět si vytvořit správnou názornou představu. Pomocí názoru sice nic nedokážeme, ale může nám pomoci při provedení korektního formálního důkazu.

Při výpočtu příkladů je třeba se snažit každý krok odůvodnit teorií. Na druhé straně znalost teorie nemůže beze zbytku nahradit „početní praxi”, která z mnoha možných postupů umožní rychleji najít ten nejefektivnější.