Předmluva

Tato publikace je určena především studentům kurzů matematické analýzy na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy. Jejím cílem je vysvětlit a ilustrovat základní metody řešení početních příkladů k látce, která je ve zmíněných kurzech zpravidla přednášena.

Navazujeme zde na publikaci L. Zajíčka „Vybrané úlohy z matematické analýzy" ([Z]). Ta obsahuje jistý výběr doporučených příkladů včetně výsledků a návodů k látce základního kurzu matematické analýzy v 1. a 2. ročníku oboru matematika. Dále na vybraných řešených příkladech ilustruje metody řešení úloh vážících se převážně k diferenciálnímu počtu reálných funkcí jedné proměnné. Naším cílem bylo proto doplnit publikaci L. Zajíčka o text, ve kterém předvedeme základní metody řešení početních úloh ke standardní látce z integrálního počtu funkcí jedné proměnné (nezahrnuje teorii Lebesgueova integrálu), úloh na vyšetřování konvergence číselných řad, úloh na řešení základních typů diferenciálních rovnic a jejich soustav, úloh z diferenciálního počtu reálných funkcí více proměnných, úloh na vyšetřování extrémů funkcí více proměnných, úloh na studium konvergence posloupností a řad funkcí, speciálně mocninných řad a Fourierových řad.

Hlavní důraz je kladen na prezentaci nejčastěji užívaných početních metod, které je k úspěšnému absolvování kurzu matematické analýzy třeba zvládnout. Nesnažíme se proto zahrnout soustavněji obtížnější úlohy, jejichž řešení vyžaduje méně běžné obraty („triky"), ani předvést co nejelegantnější řešení. Pokud se vám podaří najít vlastní postup odlišný od námi prezentovaného, bude to chvályhodné. Jestliže si nebudete jisti, zda vaše řešení je korektní, snažte se o tom raději ujistit konzultací s některým ze svých učitelů. Jistě při pečlivém studiu textu narazíte na chyby. Budeme vám vděčni, pokud nás na ně upozorníte.

Většinou uvádíme formulace tvrzení, na nichž jsou řešení následujících úloh založena, a pak dokumentujeme vybrané metody zpravidla na jediné k tomu zvolené úloze. Formulace tvrzení se snažíme volit co nejvhodněji pro užití v početních příkladech, tedy ne nutně v nejsilnější formě (to se týká např. druhé věty o substituci, kterou možná znáte z přednášky v odlišné formě). Někdy se namísto formulace tvrzení odkazujeme na literaturu. Volíme pokud možno česky psanou a dobře dostupnou literaturu, jejíž seznam je na konci textu. Řešení prvních úloh v každém oddílu jsou podrobnější, zatímco v dalších úlohách již předvedené či rutinní postupy popisujeme stručněji či je zcela přenecháváme čtenáři.

Předkládaná publikace by tedy měla umožnit studentovi porozumět základním početním metodám a ukázat mu, jak lze řešení dostatečně přesným a přiměřeně podrobným způsobem zapsat. K aktivnímu osvojení metod je ovšem potřeba spočítat řadu dalších příkladů, které lze najít v uvedené publikaci [Z] a v jiných sbírkách příkladů. Řešené příklady lze najít též např. ve sbírkách [K1]-[K4]. Naše publikace si neklade za cíl, abyste po jejím prostudování dokázali řešit obtížnější „problémové" úlohy či abyste bez potíží bez dalšího studia uměli odhadnout, jakou metodu nebo jakou kombinaci metod máte pro daný příklad volit.

Chtěli bychom vás též upozornit na to, že ač v základních kurzech matematické analýzy jde o poměrně jasně vymezenou látku, jejíž výklad na Matematicko-fyzikální fakultě je jistě silně ovlivněn dlouholetými tradicemi, přesto se v různých kurzech trochu liší. Proto doporučujeme, abyste si pečlivě porovnali námi používaná tvrzení s těmi, která znáte z přednášky, kterou navštěvujete, a abyste se v případě odlišností snažili rozdílům porozumět nebo se poradili se svými učiteli. Jistě se setkáte též s tím, že námi používaná terminologie a značení se budou lišit od těch, které znáte z přednášek. To by nemělo působit potíže a jistě se s podobnými odlišnostmi setkáváte i v jiných učebnicích. S takovými odchylkami se můžete setkat např. při značení uzavřených intervalů $[a, b]$ či $\langle a, b\rangle$, při značení prvků $\mathbb{R}^n$ jako $(x_1, \ldots, x_n)$ či $[x_1, \ldots, x_n]$, při značení přirozeného logaritmu log či ln a podobně. Měli bychom upozornit, abyste si pečlivěji povšimli našeho značení množiny všech primitivních funkcí na daném otevřeném intervalu pomocí symbolů $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + \mathbf{C}$. Možná se setkáte s odlišným značením, např. $\int f(x)\,\mathrm{d}x \stackrel{c}{=} F(x)$. Povšimněte si též, že používáme přednostně „zobecněný Riemannův integrál“ s odvoláním na učebnici integrálního počtu V. Jarníka. Podstatné je, že pro spojité funkce na otevřeném intervalu jde o Newtonův integrál a pro funkce spojité na uzavřeném intervalu i o Riemannův integrál.

Děkujeme především kolegovi Prof. L. Zajíčkovi, DrSc. za jeho iniciativu, bez níž by tato učebnice nevznikla i za celou řadu připomínek, kterými významně pomohl k vylepšení našeho textu. Za řadu užitečných připomínek děkujeme též Doc. O. Johnovi, CSc., Doc. J. Veselému, CSc. a Mgr. M. Zelenému, Dr.

Poznámka k druhému vydání: Při přípravě druhého vydání jsme opravili chyby v původním textu, o nichž jsme věděli. Za upozornění na některé z nich děkujeme Doc. O. Johnovi, CSc. a Prof. L. Zajíčkovi, DrSc. Navíc jsme řešení některých příkladů napsali podrobněji, doplnili jeden příklad do §29 a přidali §71, v němž ukazujeme další použití věty o vázaných extrémech.