

Předmluva

Předkládaný text pokrývá látku zařazenou do přednášky „Stochastické diferenciální rovnice“, kterou jsem v uplynulých patnácti letech opakovaně konal. Částečně se dotýká i poznatků vykládaných v přednáškách „Markovské procesy“ a „Vybrané partie ze stochastické analýzy“.

Text je určen posluchačům, kteří již úvodní kurs stochastické analýzy absolvovali; charakter výkladu je dán vazbou na přednášku. Nejde o systematickou, o úplnost usilující učebnici stochastické analýsy. Cílem přednášky o stochastických diferenciálních rovnicích je poskytnout posluchačům a posluchačům základní poučení o vybraných pokročilejších technikách a výsledcích stochastické analýsy, přičemž otázky existence a jednoznačnosti řešení stochastických diferenciálních rovnic tvoří kostru výkladu. Důkladně je probrána Burkholder-Davis-Gundyho nerovnost, existence řešení rovnic s lokálně lipschitzovskými koeficienty a markovská vlastnost těchto řešení, formule variace konstant pro lineární rovnice a její elementární důsledky. Dosti zevrubně jsou představeny i exponenciální martingaly a různé typy reprezentace spojitých lokálních martingalů pomocí Wienerova procesu. Vše je tedy připraveno pro teorii slabých řešení, již však z důvodů rozsahu nebylo možno do textu zařadit.* Jádrem výkladu jsou kapitoly 0–3, látka z ostatních kapitol byla pro přednášku vybírána s ohledem na předběžné znalosti posluchaček a posluchačů a též podle obsahu úvodního kursu v příslušném roce. Kapitoly 4–7 jsou proto pojaty jako v podstatě na sobě nezávislé, i za cenu jisté redundance informací. Do apendixů byla odsunuta látka, která s vlastním obsahem přednášky nesouvisí, je však pro pochopení důkazů podstatná a přitom se nelze spoléhat, že ji studenti spolehlivě zvládlí.

Bylo by výhodné, kdyby tato skripta bezprostředně navazovala na učební text k úvodní přednášce, který chystá pan kolega Hlubinka; bohužel tento text zatím existuje jen v rovině intencí.

Koncepce mé přednášky o stochastických diferenciálních rovnicích se formovala pod vlivem následujících znamenitých knih:

- A. Friedman: *Stochastic differential equations and applications, Vol. 1*, Academic Press, New York 1975,
- I. Karatzas, S. E. Shreve: *Brownian motion and stochastic calculus*, Springer, New York 1988,**

*Slabým řešením bude věnován připravovaný druhý díl skript.

**Druhé vydání, se změnami jen minimálními, vyšlo v témže nakladatelství v roce 1991.

N. V. Krylov: *Introduction to the theory of diffusion processes*, American Mathematical Society, Providence 1995.

S prospěchem jsem nahlížel i do učebnice

M. Meyer: *Continuous stochastic calculus with applications to finance*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton 2001,

jež ovšem stochastickým diferenciálním rovnicím *sensu stricto* není věnována. V uvedených knihách lze načerpat hlubší a soustavnější poučení o většině problémů ve skriptech probíraných, jakož i nalézt odkazy na relevantní učebnicovou a monografickou literaturu i časopisecké publikace. V textu literární reference většinou neuvádím, odkaz je poskytnut jen tam, kde užívám či uvádím nedokázaný výsledek, anebo v těch nečetných případech, kdy je těsně sledován cizí výklad.

Česky psaná literatura o stochastické analýze je nehojná a tomu odpovídá i rozkolísanost české terminologie. Pro „optional sampling“ pak – pokud vím – vůbec český ekvivalent neexistuje a žádný vhodný mne nenapadl, s nechutí jsem tedy následoval usus a užívám anglický termín v českém textu.

Předběžné znalosti nutné k četbě textu zahrnují základní poznatky o Wienerově procesu a o spojitých martingalech (včetně Doob-Meyerova rozkladu) a teorii stochastické integrace se spojitým martingalem jako integrátorem. Znalost Itôvy formule není formálně nutná, ale je velmi užitečná. V ilustračních příkladech se objeví Girsanovova věta, ale v základních partiích textu není užívána.[†]

PODĚKOVÁNÍ. Kolegům Danielu Hlubinkovi, Karlu Horákovi, Tomáši Hoskovcovi a Martinu Ondřejátovi jsem zavázán za četné konzultace. Martina Hofmanová a Jan Kaluža pečlivě přečetli starší verze textu a jejich připomínky mi pomohly uvarovat se mnohých nedopatření. Cennými podněty přispěli i oba anonymní recensenti; velmi užitečné pro mne byly i komentáře posluchačů přednášky o stochastických diferenciálních rovnicích.

Při práci na skriptech jsem byl podporován grantem GA ČR 201/07/0237.

[†] Čtenářka nebo čtenář neznalí Girsanovovy věty ovšem postrádají motivaci ke studiu kapitoly 7 věnované exponenciálním martingalům.