

Předmluva

Tato skripta byla sepsána jako učební pomůcka k úvodnímu kurzu obecné algebry na MFF UK, a to tak, aby pokrývala látku přednášenou pro kterýkoliv studijní obor, kde je algebra vyučována. Skripta tak obsahují více informací, než se dá v jednom kurzu zvládnout a je na přednášejícím, které části vybere. Má zkušenost je taková, že ke kompletnímu zvládnutí učebnice by bylo třeba cca 70–80 vyučovacích hodin (tj. 5–6 přednášek týdně po dobu jednoho semestru), nepočítaje cvičení.

Tato skripta mají, v porovnání s ostatními českými učebnicemi, tři specifika. Za prvé, je použit moderní přístup „*rings first, groups next*“: začíná se teorií dělitelnosti v oborech integrity, která je studentům bližší, neboť příslušné objekty (čísla, polynomy) jsou jim důvěrně známy. Teprve poté, co studenti vstřebají ideu abstraktní algebraické struktury, je vyložena teorie grup, okruhů a těles v klasickém stylu definice – příklady – vlastnosti – aplikace. Za druhé, teorie grup, okruhů a těles je budována na základě stručného úvodu do univerzální algebry: pojmy podalgebry, homomorfismu či direktního součinu jsou vysvětleny v obecnosti. Třetím specifikem je vyčlenění pro studenty velmi obtížného konceptu faktorobjektu do samostatné kapitoly, aby lépe vynikla souvislost těchto pojmů pro jednotlivé typy struktur. Všechny tři novinky se mi osvědčily ve výuce.

Skripta dále obsahují velké množství příkladů a řadu aplikací mimo abstraktní algebru: v teorii čísel, v geometrii, v kryptografii. Moderní teorie je ilustrována na klasických problémech, jako kořeny polynomů, diofantické rovnice či konstrukce pravitkem a kružítkem.

Co se týče *obsahu*: sekce označené * nejsou nezbytně nutné k pochopení základů algebry, ale vhodně dokreslují probíranou problematiku, zpravidla ve dvou směrech: buď ukazují aplikace dokázaných výsledků (např. Lineární diferenční rovnice, Burnsideova věta, Konstrukce pravitkem a kružítkem), nebo prohlubují probíranou teorii (např. Klasifikace konečných abelovských grup a konečných těles). Volbou těchto sekcí lze dosáhnout různého zaměření kurzu.

Předpokládané znalosti ke čtení skript vycházejí z koncepce výuky na MFF UK – kurz obecné algebry probíhá zpravidla ve 2. ročníku, předpokládá se tedy znalost učiva ročníku prvního: základní matematická terminologie (elementární logika, pojmy typu množina, relace, zobrazení, permutace apod.), komplexní čísla, základy lineární algebry (vektorové prostory, maticový počet), příležitostně se též budeme odkazovat na diskrétní matematiku (grafy) a základy kalkulu. Zcela nezbytným předpokladem je pochopení výstavby moderní matematiky (systém definice – věta – důkaz) a základních důkazových technik (včetně matematické indukce).

Ve skriptech jsem se snažil vyhnout odkazům na *teorii množin*. Pro studium algebry by bylo užitečné znát dvě kapitoly: o kardinálních číslech, neboli o měření velikosti nekonečných množin, a o axiomu výběru. Ve skriptech používám značení $|A|$, tj. velikost množiny, i pro nekonečné množiny: v nekonečném případě se tím rozumí příslušné kardinální číslo. Neznalému čtenáři doporučuji chápat tento pojem v intuitivní rovině a příslušná tvrzení (jako např. Lagrangeovu větu) uvažovat pouze v konečném případě. V sekci o algebraických a transcendentních číslech jsem si neodpustil odkaz na spočetnost, resp. nespočetnost, těchto množin, tyto pojmy jsou na příslušném místě vysvětleny. Axiomu výběru (ve formě Zornova lemmatu) a nějaké formě transfinitní indukce se pak nelze vyhnout v poslední kapitole při konstrukci algebraického uzávěru; neznalý čtenář bude muset brát některé kroky

jako fakt. Zájemcům o proniknutí do teorie množin vřele doporučuji učebnici [BS86], k základní výbavě každého matematika by měla patřit větší část kapitol I a II.

Důležitým doplňkem této učebnice je připravovaná *sbírka úloh* [Sta], v současné době dostupná elektronicky na mých webových stránkách (z toho důvodu tato skripta neobsahují cvičení). Algebra bez příkladů nedává velký smysl a cvičeními je třeba strávit zhruba tolik času jako teorií. Hodinová dotace cvičení by měla být 50–100% hodinové dotace přednášky (v závislosti na míře domácí práce).

Na závěr patří *poděkování* všem, kteří se podíleli na vzniku těchto skript. Výrazně pomohli studenti Anna Bernáthová, Andrew Kozlík a Ivan Štubňa, kteří pomáhali přepisovat zápisky z přednášek do elektronické formy. Obrázky překreslil z tabule do systému MetaPost Tomáš Morstein. Velké poděkování dále patří všem studentům, kteří mě upozornili na řadu drobných chyb v předběžných verzích tohoto textu. A za krásnou grafiku na obálce i v textu patří poděkování Evě Stanovské.

V Praze, v prosinci 2009,
David Stanovský